Klassische Mechanik (SS 2018) – Blatt 1

Ablauf der Übungen

- Wöchentlich wird (in der Vorlesung und über die Webseite `https://www.fmq.uni-stuttgart.de/en/teaching`) ein Übungsblatt ausgegeben.
- Jedes Blatt enthält nur Votieraufgaben, d.h. alle Aufgaben sind so vorzubereiten, dass Sie die entsprechenden Lösungen an der Tafel vorrechnen können. Zu Beginn jeder Übung tragen Sie die von Ihnen vorbereitete Aufgaben in eine Liste ein.

Bedingung für Scheinerteilung

- regelmäßige Teilnahme an den Übungen
- mindestens 60% der Votierpunkte erwerben
- mindestens zwei Aufgaben vorrechnen

Aufgabe 1: Zylinderkoordinaten — 2 Punkte

Der Zusammenhang zwischen kartesischen und Zylinderkoordinaten lautet

$$x = \rho\cos\phi, \qquad y = \rho\sin\phi, \qquad z = z. \tag{1}$$

Das lokale Dreibein der Koordinateneinheitsvektoren ist gegeben durch

$$\boldsymbol{e}_\rho = \cos\phi\,\boldsymbol{e}_x + \sin\phi\,\boldsymbol{e}_y, \qquad \boldsymbol{e}_\phi = -\sin\phi\,\boldsymbol{e}_x + \cos\phi\,\boldsymbol{e}_y, \qquad \boldsymbol{e}_z = \boldsymbol{e}_z. \tag{2}$$

(a) Beweisen Sie, dass $\boldsymbol{e}_\rho$, $\boldsymbol{e}_\phi$ und $\boldsymbol{e}_z$ ein Rechtssystem bilden.

(b) Zeigen Sie, dass der Ortsvektor durch $\boldsymbol{r} = \rho\boldsymbol{e}_\rho + z\boldsymbol{e}_z$ gegeben ist.

(c) Leiten Sie die Geschwindigkeit $\dot{\boldsymbol{r}}$ und Beschleunigung $\ddot{\boldsymbol{r}}$ her.
Hinweis: $\boldsymbol{e}_\rho$ und $\boldsymbol{e}_\phi$ sind von ϕ abhängig.

Aufgabe 2: Reibungskraft im Schwerefeld der Erde — 4 Punkte

Es werde die Bewegung eines Körpers im Schwerefeld der Erde betrachtet, wenn die Stokes'sche Reibungskraft zu berücksichtigen ist. Das Schwerefeld wirke entlang der negativen z-Richtung.

(a) Geben Sie die Bewegungsgleichung an.

(b) Finden Sie die Lösung der Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen

$$\dot{\boldsymbol{r}}(t=0) = v_0\cos\theta_0\,\boldsymbol{e}_x + v_0\sin\theta_0\,\boldsymbol{e}_z, \qquad \boldsymbol{r}(t=0) = 0. \tag{3}$$

(c) Betrachten Sie in der Lösung aus *b*) zu $v_0 = 0$ den Grenzfall verschwindender Reibung sowie den Grenzfall großer Zeiten.

Aufgabe 3: Morse-Potenzial

4 Punkte

Experimentell hat sich gezeigt, dass die Wechselwirkung zwischen den Atomen diatomarer Moleküle gut mit Hilfe des Morse-Potenzials

$$V(x) = V_0(e^{-2\beta x} - 2e^{-\beta x}), \tag{4}$$

mit $V_0, \beta > 0$, beschrieben werden kann. Betrachtet werde ein Teilchen der Masse m, welches sich in einem solchen Morse-Potenzial bewegt und zur Anfangszeit t_0 am Ort x_0 anzutreffen ist. Ziel der Aufgabe ist es, die Art der Bewegung und die explizite Bahn $x(t)$ des Teilchens mit der Gesamtenergie E für die drei Fälle $E < 0$, $E = 0$ und $E > 0$ zu bestimmen. Gehen Sie hierzu folgendermaßen vor:

(a) Skizzieren Sie das Morse-Potenzial. Zeigen Sie mit Hilfe der Umkehrpunkte der Bewegung, für welche Energien jeweils gebundene und ungebundene Bewegungen stattfinden.

(b) Berechnen Sie $t - t_0$ als Funktion von x und E. Führen Sie anschließend die Invertierung durch, um $x(t)$ zu erhalten. Beachten Sie die benötigten Fallunterscheidungen in den drei Fällen.

Hinweis: Bei der Lösung dürfte die Substitution $u = e^{\beta x}$ hilfreich sein, um ein Integral zu erhalten, welches in den üblichen Nachschlagewerken aufzufinden ist.