Übungen zur Vorlesung **SS 2012**
Theoretische Physik LA 2: **Blatt 1**
Elektrodynamik/Thermodynamik Ausgabedatum: 14.04.2015

Die Übungsblätter sowie weitere wichtige Informationen zur Vorlesung sind unter

http://www.itap.physik.uni-stuttgart.de/lehre/vorlesungen/SS15/edtd/
bzw.
http://www.fmq.uni-stuttgart.de/lehre/vorlesungen/ss15_theo2_la

abrufbar.

Aufgabe 1 (Votier) Zahlenwerte, Einheiten — 6 Punkte

(a) Lernen Sie die Einheiten und Größenordnungen von Flussgrößen anhand einiger Beispiele kennen. Berechnen Sie hierzu

- den Elektronenfluss durch den Draht einer Glühbirne (230V, 100W);
- den Photonenfluss im Strahl eines Laserpointers (532nm, 1mW);
- die Zahl der Photonen, die ein Mittelwellensender (1MHz, 1MW) pro Sekunde emittiert. Wie groß ist die Flussdichte in 100km Abstand bei isotroper Abstrahlung? (4 Punkte)

(b) Geben Sie das Verhältnis der Gravitationskraft und der elektrostatischen Kraft an, die zwischen einem Proton und einem Elektron in einem Wasserstoffatom wirkt. Was können Sie damit über die Auswirkungen der Gravitationskraft auf die Bahnen des Elektrons im Wasserstoffatom aussagen? (2 Punkte)

Aufgabe 2 (Votier) Rechengymnastik — 10 Punkte

(a) In der Elektrodynamik werden tiefe Kenntnisse der Vektoranalysis benötigt. Frischen Sie Ihr Können auf, indem Sie die folgenden Identitäten beweisen:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) &= \boldsymbol{b}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}) - \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}) \\
\mathrm{div}\ \mathrm{rot}\ \boldsymbol{a} &= 0 \\
\mathrm{rot}\ \mathrm{grad}\ \psi &= 0 \\
\mathrm{div}\,(\Phi \boldsymbol{a}) &= \mathrm{grad}\ \Phi \cdot \boldsymbol{a} + \Phi\, \mathrm{div}\ \boldsymbol{a} \\
\mathrm{rot}\,(\Phi \boldsymbol{a}) &= \mathrm{grad}\ \Phi \times \boldsymbol{a} + \Phi\, \mathrm{rot}\ \boldsymbol{a}
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ sind vektorielle und Φ, Ψ skalare Felder. (7 Punkte)

(b) Als Vortragsübung wird Ihnen nun gezeigt, dass zudem gilt:

$$\begin{aligned}
\mathrm{grad}\,(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}) &= (\boldsymbol{b} \cdot \nabla)\boldsymbol{a} + (\boldsymbol{a} \cdot \nabla)\boldsymbol{b} + \boldsymbol{b} \times \mathrm{rot}\ \boldsymbol{a} + \boldsymbol{a} \times \mathrm{rot}\ \boldsymbol{b} \\
\mathrm{div}\,(\mathrm{grad}\ \Phi \times \mathrm{grad}\ \Psi) &= 0
\end{aligned}$$

(c) Elektrische Felder sind von der Entfernung $r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ zur Ladung abhängig. Diese wiederum können als negativer Gradient eines skalaren elektrischen Potenziales berechnet werden. Hierbei spielen also Gradienten der Form

$$\nabla \frac{1}{r^n}$$

eine Rolle ($n > 0$). Berechnen Sie diese komponentenweise und zeigen Sie damit, dass gilt:

$$\nabla \frac{1}{r^n} = -\frac{n\,\boldsymbol{r}}{r^{n+2}}\,.$$

(3 Punkte)

Aufgabe 3 (Schriftlich) Punktladung **10 Punkte**

Der einfachste Fall einer Ladungsverteilung ist der einer Punktladung q am Ort $\boldsymbol{r_0}$. In dieser Aufgabe zeigen Sie, dass diese darstellbar ist durch

$$\rho(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{4\pi}\Delta \frac{q}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r_0}|}\,.$$

(a) Welchen Wert $\rho(\boldsymbol{r})$ erwarten Sie für die Punktladung für $\boldsymbol{r} \neq \boldsymbol{r_0}$? (1 Punkt)

(b) Berechnen Sie explizit (mit Hilfe der Ergebnisse aus Aufgabe 2) $\rho(\boldsymbol{r})$ für diesen Fall. (3 Punkte)

(c) Wieso gilt diese Rechnung nicht für $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_0}$? (1 Punkt)

(d) Welchen Wert erwarten Sie, wenn über die Ladungsverteilung der Punktladung räumlich integriert wird. Welchen Beitrag leistet der Anteil $\boldsymbol{r} \neq \boldsymbol{r_0}$? (1 Punkt)

(e) Berechnen Sie unter Verwendung des Satzes von Gauß und von Kugelkoordinaten

$$\int_V d^3r\, \Delta \frac{q}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r_0}|},$$

wobei V ein Kugelvolumen ist, in dessen Ursprung $\boldsymbol{r_0}$ sich die Ladung q befindet. Ist das Ergebnis abhängig vom Kugelvolumen? Wieso bzw. wieso nicht? Haben Sie damit bewiesen, dass $\rho(\boldsymbol{r})$ die Ladungsverteilung der Punktladung q am Ort $\boldsymbol{r_0}$ ist? (3 Punkte)

(f) Erinnern Sie sich an die Definition der Delta-Distribution. Können Sie unter Berücksichtigung der Teilaufgaben (d) und (e) $\rho(\boldsymbol{r})$ mit ihrer Hilfe darstellen? (1 Punkt)