Übungen zur Vorlesung **SS 2015**
Theoretische Physik LA 2: **Blatt 6**
Elektrodynamik/Thermodynamik Ausgabedatum: 02.06.2015

Aufgabe 18 (Vortragsübung) Skalares magnetisches Potenzial

(a) Leiten Sie aus der Monopolfreiheit des Magnetfeldes, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, eine Gleichung für ein skalares magnetisches Potenzial Φ_m für ein Volumen V ab, in dem die Magnetisierung von null verschieden sei. Welche Voraussetzung muss in V für die Einführung eines solchen skalaren magnetischen Potenzials erfüllt sein?

(b) Nehmen Sie an, dass die Felder im Unendlichen verschwinden und leiten Sie mit Hilfe dieser Voraussetzung eine Integralform für Φ_m her. Entwickeln Sie dieses Integral nach Multipolen für Abstände weit entfernt vom Feldbereich. Welche Analogie besteht zur Elektrostatik?

(c) Ergänzen Sie Ihre Überlegungen für den Fall, dass folgende Randbedingungen im Endlichen auf einer Fläche $S(V)$ gelten:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi_m = \mathbf{n}\mathbf{M} \ ,$$

wobei $\mathbf{M}$ die Magnetisierung ist. Bestimmen Sie eine Integraldarstellung für Φ_m.

Aufgabe 19 (Schriftlich) Eichungen — 4 Punkte

In Aufgabe 17 wurde gezeigt, dass eine Transformation $\mathbf{A} \to \mathbf{A} + \nabla\Lambda$ und $\Phi \to \Phi - \dot{\Lambda}$ mit einer skalaren Funktion Λ die Felder $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ nicht ändert. Des weiteren haben Sie die Lorentz-Eichung $\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2}\dot{\Phi} = 0$ kennengelernt.

(a) Nun sei $\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2}\dot{\Phi} = \mathbf{a}(\mathbf{r}, t) \neq 0$ gegeben. Zeigen Sie, dass durch eine geeignete Eichtransformation die Lorentz-Bedingung erfüllt werden kann. Geben Sie die Differenzialgleichung für Λ an und benennen Sie diese. Ist die Lösung eindeutig? (2 Punkte)

(b) In der Coulomb-Eichung wird die Eichfunktion Λ so gewählt, dass $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. Welche Differenzialgleichung muss Φ im Vakuum nun erfüllen? Welche Gleichung aus der Elektrostatik ist formal identisch hierzu? Geben Sie die Lösung an und begründen Sie, warum diese Eichung Coulomb-Eichung genannt wird. (2 Punkte)

Aufgabe 20 (Votier) Bewegung eines Teilchens — 7 Punkte

Eine zirkular polarisierte monochromatische elektromagnetische Welle im Vakuum sei durch das Feld

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0(\cos(kz - \omega t), \sin(kz - \omega t), 0)^{\mathrm{T}}$$

gegeben.

(a) Berechnen Sie die zugehörige magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$. (2 Punkte)

(b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung eines punktförmigen Teilchens der Ladung q und Masse m auf, das sich in diesem elektromagnetischen Feld $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ bewegt. Das Teilchen befinde sich zur Zeit $t = 0$ im Koordinatenursprung, seine Energie bleibe konstant. (2 Punkte)

(c) Lösen Sie die Bewegungsgleichung. Welche Bahn beschreibt das Teilchen? (3 Punkte)

Aufgabe 21 (Schriftlich) Polarisation II **7 Punkte**

Gegeben seien zwei sich in z-Richtung in einem ungeladenen, nicht-leitenden Medium ausbreitende transversale elektromagnetische Wellen:

Linear polarisierte Welle:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(kz - \omega t).$$

Zirkular polarisierte Welle:

$$\mathbf{E} = E_0[\sin(kz - \omega t)\mathbf{e}_x + \cos(kz - \omega t)\mathbf{e}_y].$$

Berechnen Sie explizit für die beiden Fälle:

(a) die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$; (2 Punkte)

(b) den Poynting-Vektor $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$; (2 Punkte)

(c) den Strahlungsdruck auf eine um den Winkel φ gegen die Ausbreitungsrichtung geneigte Ebene. (3 Punkte)