· Folgt (später)

$$K_{esl} = 10^{-7} c^2 \frac{Ns^2}{C^2} = \underbrace{8{,}98755}_{10^{-7}\tilde{c}^2} \frac{Nm^2}{C^2} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{(As)^2} \qquad (2.2)$$

mit $\tilde{c} = 299792458$ Zahlenwert von $c\,[\frac{m}{s}]$ (2.3)

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, exakt!

· Schreibweise (wird später klar):

$$K_{esl} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad (2.4)$$

mit der „Dielektrizitätskonstante des Vakuums" oder „Influenzkonstante des Vakuums" oder „elektrische Feldkonstante"

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi K_{esl}} = \frac{10^7}{4\pi c^2} \overset{(2.3)}{=} 8{,}85418 \cdot 10^{-12}$$

$$\approx 8{,}9 \cdot 10^{-12} \frac{(As)^2}{Nm^2} \qquad (2.5)$$

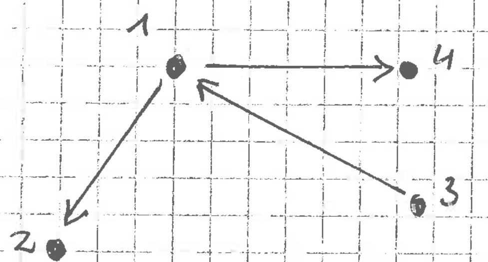
[Gauß (cgs) System $K_{eCGS} = 1$ (2.6)]

c) Bemerkungen

· Es gilt für (2.1): Actio = Reactio

· Es gilt das Superpositionsprinzip:

$$\underline{F}_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{j=2}^{N} \frac{q_j\,(\underline{r}_1 - \underline{r}_j)}{|\underline{r}_1 - \underline{r}_j|^3} \qquad (2.7)$$



- Vgl. Gravitationsgesetz:

$$0 < G\, m_1 m_2 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, q_1 q_2 \gtrless 0 \qquad (2.8)$$

- H – Atom:

$$\frac{F_{el}}{F_{grav}} \approx 2{,}3 \cdot 10^{39}$$

2.2. Das elektrische Feld

a) Definition

- Setze (Quell-) Punktladung q an Ort $\underline{r}$, Probeladung q' an Ort $\underline{r}'$.

$$\underline{E}_q(\underline{r}', \underline{r}) := \lim_{q' \to 0} \frac{\underline{F}_{q \text{ auf } q'}}{q'} \overset{(2.1)}{\underset{(2.2)}{=}} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\underline{r}' - \underline{r}}{|\underline{r}' - \underline{r}|^3} \qquad (2.9)$$

- Warum $q' \to 0$? Keine Rückwirkung der Probeladung auf die Ladungsverteilung, z.B. geladene Leiterkugel!

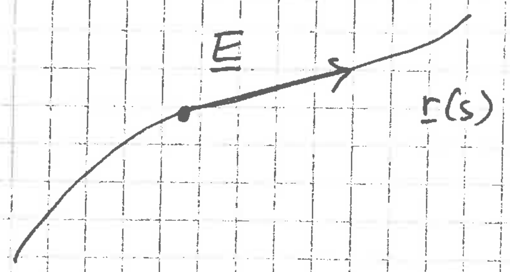
- $\underline{E}$ ist nicht einfach andere Schreibweise für die Kraft, sondern ein neuer physikalischer Begriff, eine eigenständige Größe, die auch ohne Ladungsträger existiert.

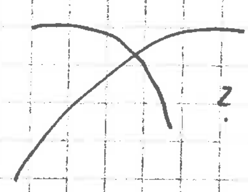
10.4.

b) Feldlinien

- Bilden Integralkurven zum elektrischen Feld, d.h. Bahnen $\underline{r}(s)$ mit

$$\frac{d\underline{r}}{ds} = \underline{E}(\underline{r}(s)) \qquad (2.10)$$





- Qualitatives Konzept.
- Feldlinien können sich nicht schneiden.

c) Superpositionsprinzip und Ladungsdichten

- Feld einer Ladungsverteilung $\{q_i, \underline{r}_i\}$:

$$\underline{E}(\underline{r}) = \sum_{i=1}^{N} \underline{E}_i(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i(\underline{r}-\underline{r}_i)}{|\underline{r}-\underline{r}_i|^3} \qquad (2.11)$$

- Verallgemeinerung auf kontinuierliche Ladungsverteilungen $\rho(\underline{r}')$:

$$q_i \longleftrightarrow \rho(\underline{r}')\, d^3\underline{r}'$$

$$\sum_i \longleftrightarrow \int d^3\underline{r}'$$

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3\underline{r}'\, \rho(\underline{r}')\, \frac{\underline{r}-\underline{r}'}{|\underline{r}-\underline{r}'|^3} \qquad (2.12)$$

- Der Fall (2.11) von Punktladungen folgt aus (2.12) mit

$$\rho(\underline{r}) = \sum_{j=1}^{N} q_j\, \delta(\underline{r}-\underline{r}_j) \qquad (2.13)$$

δ: Dirac-Delta-Funktion.

2.3 Potenzial

a) Elektrisches Feld als Gradientenfeld

- Es gilt:

$$\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} = -\nabla_{\mathbf{r}} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad \text{oder} \quad \frac{\mathbf{r}}{r^3} = -\nabla \frac{1}{r} \qquad (2.14)$$

- Damit kann man (2.12) schreiben:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla \phi(\mathbf{r}) \qquad (2.15)$$

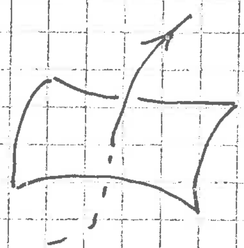
mit dem skalaren elektrischen Potenzial

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3\mathbf{r}' \, \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \qquad (2.16)$$

- Vgl. Punktladung am Ursprung: $\rho(\mathbf{r}') = q\,\delta(\mathbf{r}')$,

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \qquad (2.17)$$

- (2.15) $\Longrightarrow$ Feldlinien $\perp$ Äquipotenzialflächen



$\phi(\mathbf{r}) = \text{const}$

- (2.15) $\Longleftrightarrow$ $\text{rot}\,(q\mathbf{E}) = 0 \qquad (2.18)$

  d.h. die Coulomb-Kraft ist konservativ und besitzt ein Potenzial mit

$$\mathbf{F} = -\nabla V \,, \quad V = q\,\phi \qquad (2.19)$$

- $$\phi(\underline{r}) - \phi(\underline{r}_0) = -\int_{\underline{r}_0}^{\underline{r}} d\underline{s} \cdot \underline{E}(\underline{s}) \qquad (2.20)$$

heißt „Spannung" $U(\underline{r}, \underline{r}_0)$, drückt Arbeit gegen das Feld aus und ist wegunabhängig.

b) <u>Einheiten</u>

- $\phi(\underline{r})$ ist potenzielle Energie $[Nm]$ pro Einheitsladung $[C] = [As]$

- Definiere: $$1\,\frac{Nm}{C} =: 1V \text{ (Volt)} \qquad (2.21)$$

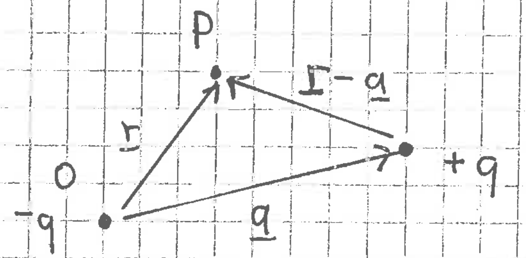
Einheit von ϕ und von U

- Einheit elektrisches Feld:

$$\frac{N}{C} \overset{(2.21)}{=} \frac{V}{m} \qquad (2.22)$$

~~17.04~~

c) <u>Beispiel Dipol</u>



i) <u>Potenzial und elektrisches Feld</u>

$$\phi_D(\underline{r}) \overset{(2.17)}{=} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{ -\frac{q}{r} + \frac{q}{|\underline{r}-\underline{a}|} \right\} \qquad (2.23)$$

- Taylorentwicklung:

$$\frac{1}{|\underline{r}-\underline{a}|} = \frac{1}{r} + \frac{\underline{r}\cdot\underline{a}}{r^3} + \frac{1}{2}\,\frac{3(\underline{r}\cdot\underline{a})^2 - r^2 a^2}{r^5} + \dots \qquad (2.24)$$