

# UNIVERSITÄT STUTTGART

## ÜBUNGSKLAUSUR

Mathematische Methoden der Physik

Apl. Prof. Dr. Johannes Roth

13. Januar 2016

---

**Schreiben Sie die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Übungsleiters auf jedes Blatt und nummerieren Sie Ihre Blätter durch!**

---

### **Prüfungsbedingungen**

Zur Verfügung stehen 45 Minuten.

Als Hilfsmittel zugelassen sind

- Ihre selbstverfassten Aufzeichnungen aus der Vorlesung und den Übungen,
- Bronstein: "Taschenbuch der Mathematik" oder eine vergleichbare mathematische Formelsammlung und
- ein nicht programmierbarer Taschenrechner.

**Aufgabe 1 Differenzialrechnung****[7 Pt.]**

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen mit Hilfe von Produkt- und Kettenregel:

$$\frac{d}{dy} \frac{ay + b}{cy + d}, \quad \frac{d}{dz} e^{\beta z^2} \cdot \cos(1 - 3z), \quad \frac{d}{dx} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}}, \quad \frac{d}{dk} \cos(\sin(\cos(k))).$$

**Aufgabe 2 Integralrechnung****[8 Pt.]**

Berechnen Sie die folgenden bestimmten bzw. unbestimmten Integrale:

$$\int \frac{e^{ax}}{1 + e^{ax}} dx \quad (a \neq 0), \quad \int \sin^3(u) \cos^3(u) du, \quad \int_0^{\ln(2)} 3x^2 e^{-x} dx, \quad \int_1^e x^2 \ln^2(x) dx.$$

Hinweis zur Lösung: den ersten Fall löst man durch Substitution, die beiden letzten Fälle durch zweimalige partielle Integration. Das zweite Integral kann man mit  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$  vereinfachen und dann substituieren.

**Aufgabe 3 Matrizenmultiplikation****[3 Pt.]**Berechnen Sie  $\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{Y}$  mit

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4 Differentialgleichungen****[7 Pt.]**

Berechnen Sie die Lösungen der linearen Differentialgleichungen:

a)  $p'''(q) - p'(q) = 0$  mit  $p(0) = 3$ ,  $p'(0) = -1$ ,  $p''(0) = 1$

b)  $y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = \sin(x)$  mit  $y(0) = \frac{3}{10}$ ,  $y'(0) = 0$

Hinweis zu Teil b): Suchen Sie zuerst eine allgemeine Lösung der homogenen Gleichung, dann eine partikuläre Lösung der inhomogenen Gleichung. Bestimmen Sie zuletzt die Konstanten aus den Anfangsbedingungen.

**Aufgabe 5 Komplexe Zahlen****[2 Pt.]**

Vereinfachen Sie die komplexe Zahl  $z$ . “\*” bezeichnet die komplexe Konjugation. Wie lautet die komplexe Zahl in den Darstellungen  $x + iy$  und  $re^{i\varphi}$ ? Tragen Sie diese Zahl zusätzlich als Punkt in die komplexe Ebene ein.

$$z = -\left(\frac{4\sqrt{2}}{1 + i\sqrt{3}}\right)^*$$